

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 23.02.2018

CLASA a IX-a

Problema I. (7 puncte)

Să se arate că pentru orice numere $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$, are loc inegalitatea:

$$(a^2 + bc)(b^2 + ac)(c^2 + ab) \geq abc(a+b)(a+c)(b+c)$$

prof. Camelia Maria Magdaș, prof. Corina Dragoș, Colegiul Național "Andrei Mureșanu" Dej

Problema II. (7 puncte)

Să se rezolve în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ecuația: $x(x-2y) + 2y(y-a+2) = 4a - a^2, a \in \mathbb{Z}$.

prof. Claudia Sandea, Colegiul Național Pedagogic "Gh. Lazăr" Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

Să se afle restul împărțirii numărului $\left[(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{2018} \right]$ la 64, unde $[x]$ este partea întreagă a numărului $x \in \mathbb{R}$.

prof. Eugen Jecan, Colegiul Național "Andrei Mureșanu" Dej

Problema IV. (7 puncte)

Se consideră triunghiul ABC și A_1, B_1, C_1 punctele diametral opuse vârfurilor A, B și C . Dacă H_1, H_2, H_3 sunt ortocentrele triunghiurilor A_1BC, AB_1C respectiv ABC_1 și H_4, H_5, H_6 simetricele punctelor H_1, H_2, H_3 față de punctele A_1, B_1, C_1 , să se arate că AH_4, BH_5 și respectiv CH_6 pot fi laturile unui triunghi dacă și numai dacă triunghiul ABC este echilateral.

prof. Camelia Maria Magdaș, Colegiul Național "Andrei Mureșanu" Dej

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!